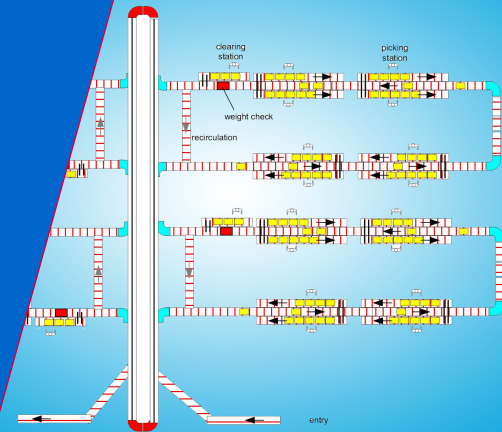


# Prestatie-analyse van zone-picking systemen

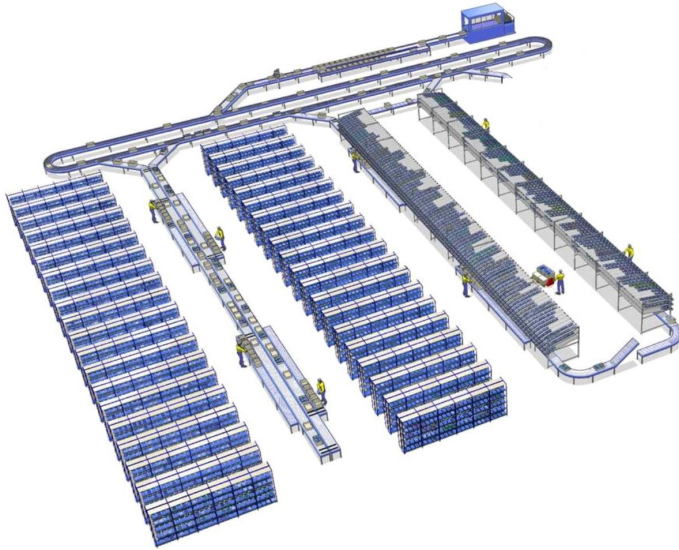
Ivo Adan, Jelmer van der Gaast,  
René de Koster, Jacques Resing



**TU** / **e**

Technische Universiteit  
**Eindhoven**  
University of Technology

Donderdag 11 oktober



- Populair order-picking systeem
- Magazijn verdeeld in order-picking zones
- **Reductie** van loopafstanden en congestie in gangen
- **Flexibele** capaciteit
- Geschikt voor breed spectrum aan artikelen en orderprofielen

[www.logistiek.nl](http://www.logistiek.nl):

- Food online: er komt een doorbraak aan! (mei '12)
- Deli XL en AH: Veel kansen in lastige online foodverkoop (augustus '12)

Voordelen van gespecialiseerde boodschappen-fabrieken:

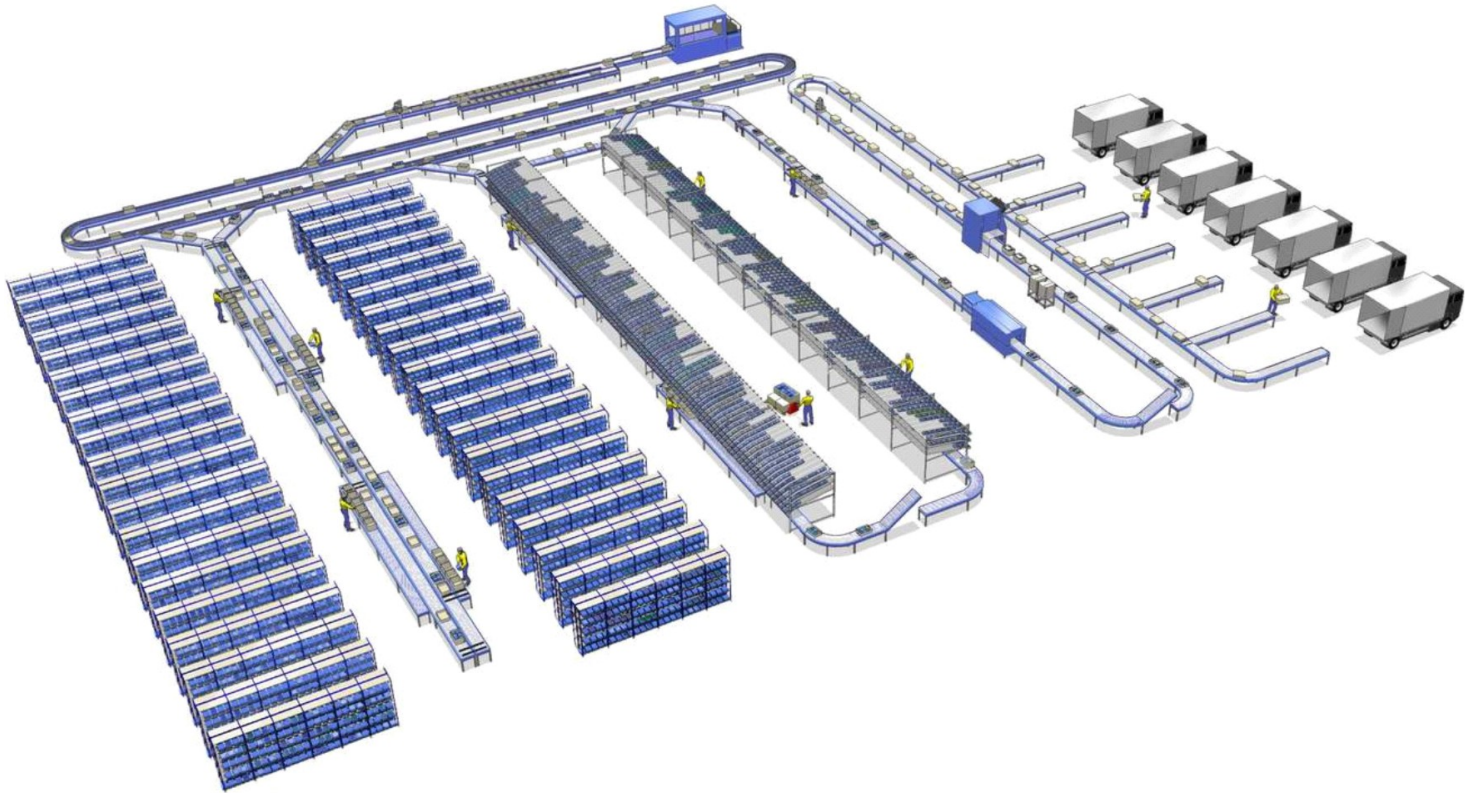
- Voorraadbeheer gestuurd vanuit het online kooppatroon
- Assortimentsbreedte niet beperkt door ruimte in offline winkel
- Inrichting niet beperkt door de fysieke inrichting van offline winkel
- Orderpicking efficiënter dan in offline winkel

Zone-picking systemen bij uitstek geschikt voor boodschappen-fabrieken!

- Ontwikkel **snelle en nauwkeurige methode** voor het voorspellen van de performance:
  - utilisatie van pick stations
  - doorzet
  - orderdoorlooptijd
- Methode voor **ondersteunen van ontwerpbeslissingen**:
  - layout van het systeem
  - grootte van zones
  - aantal pickers en aantal zones
  - locatie van items
  - grootte van buffers
  - maximaal WIP level

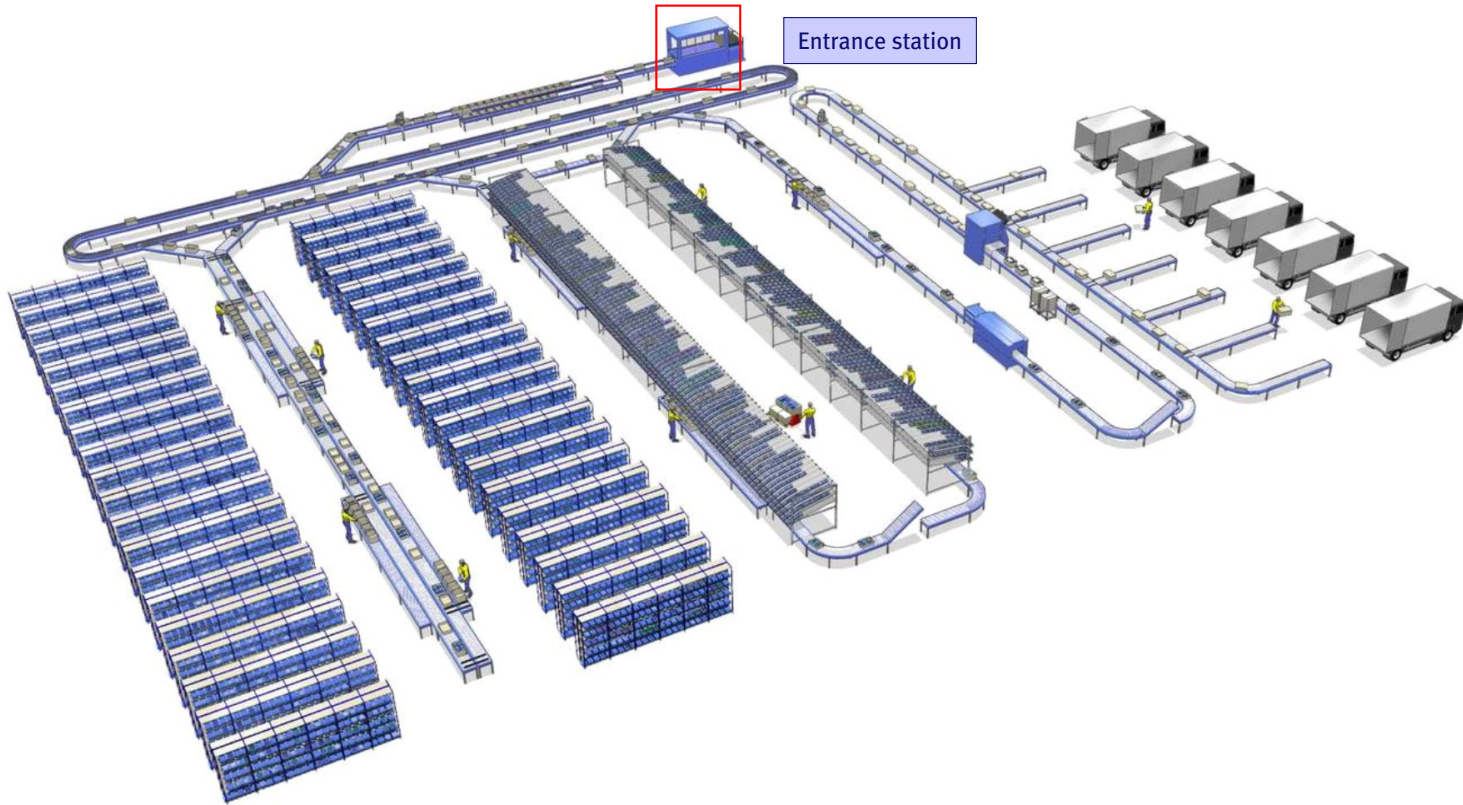
# Zone-picking systemen

5/38



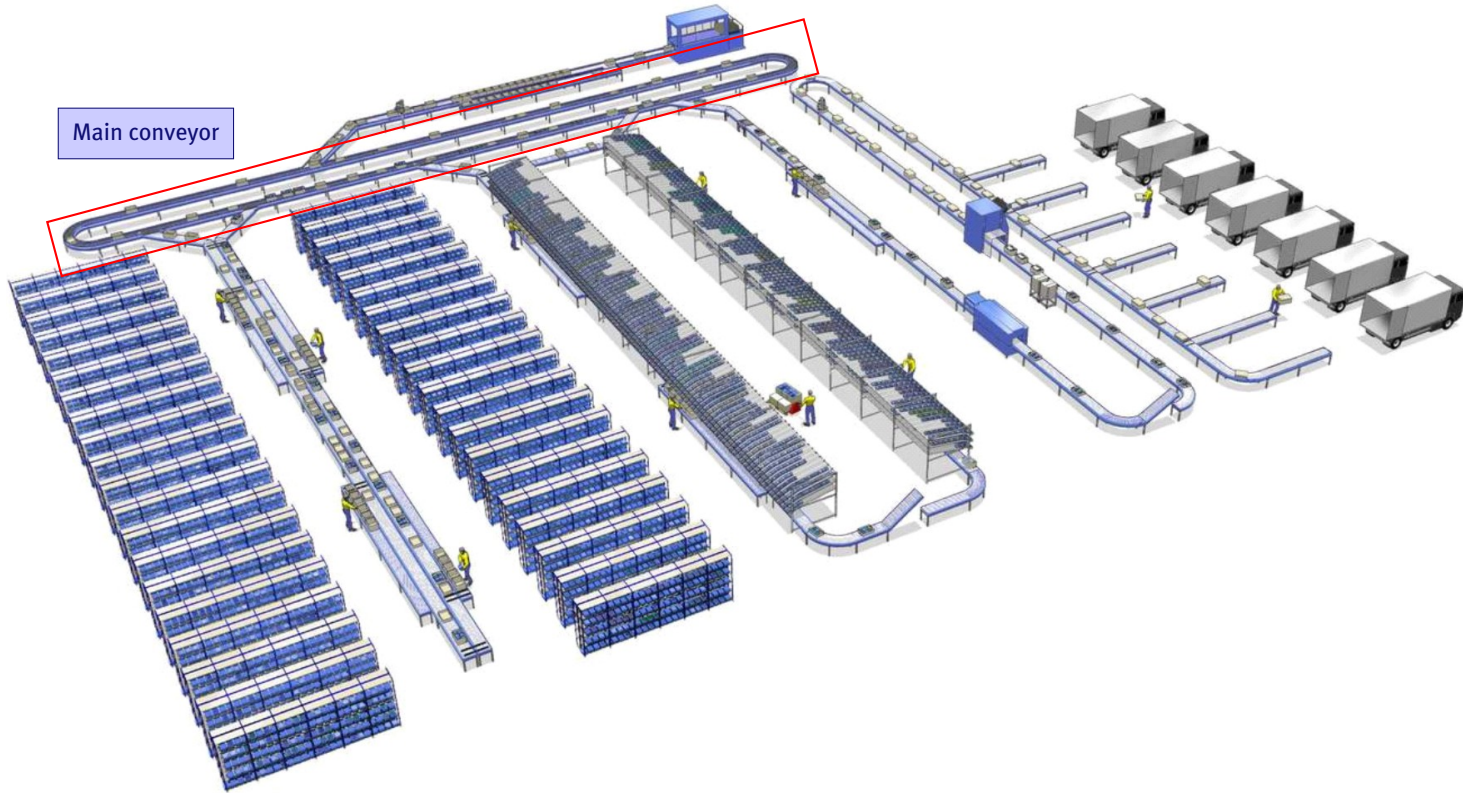
# Zone-picking systemen

6/38



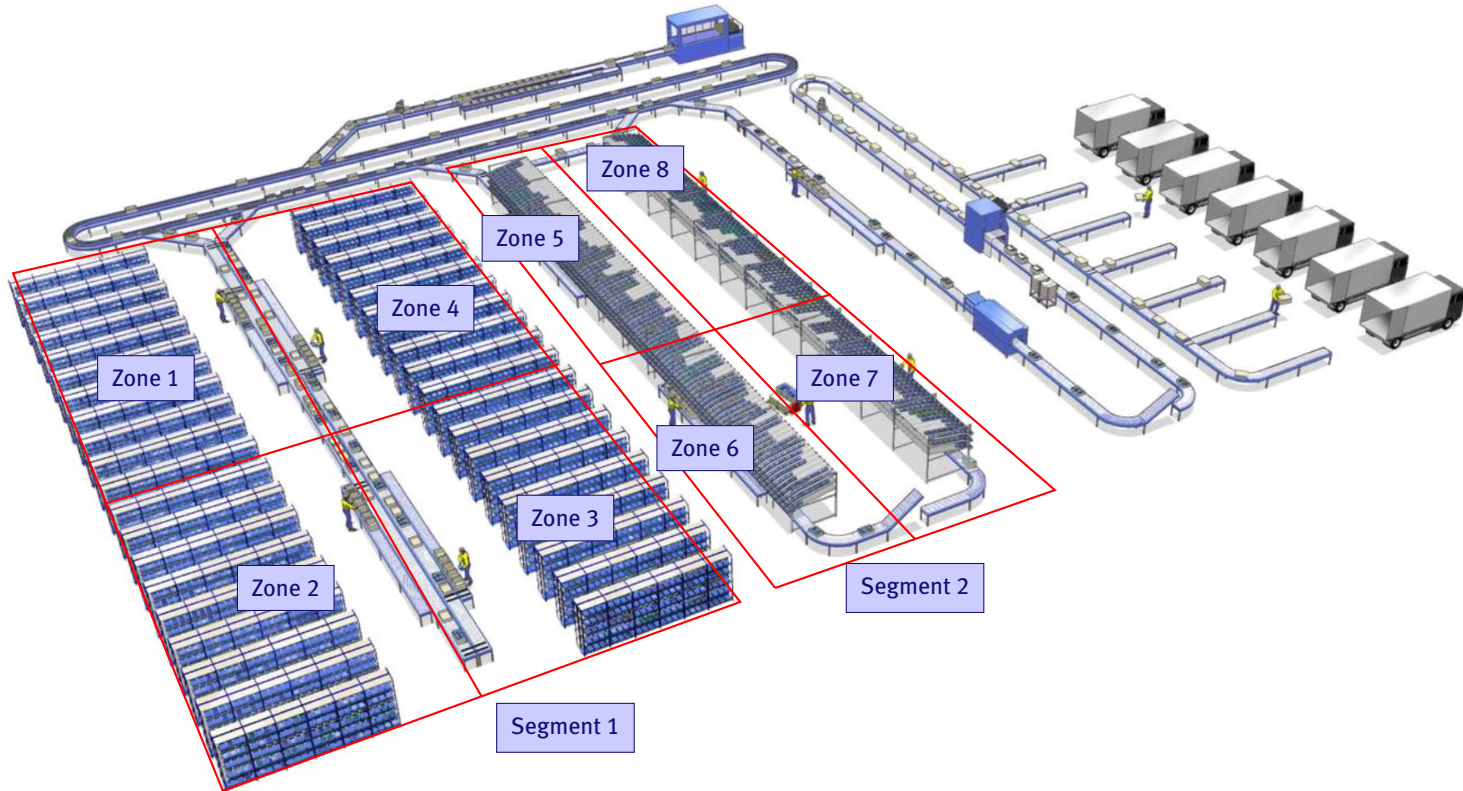
# Zone-picking systemen

7/38



Main conveyor

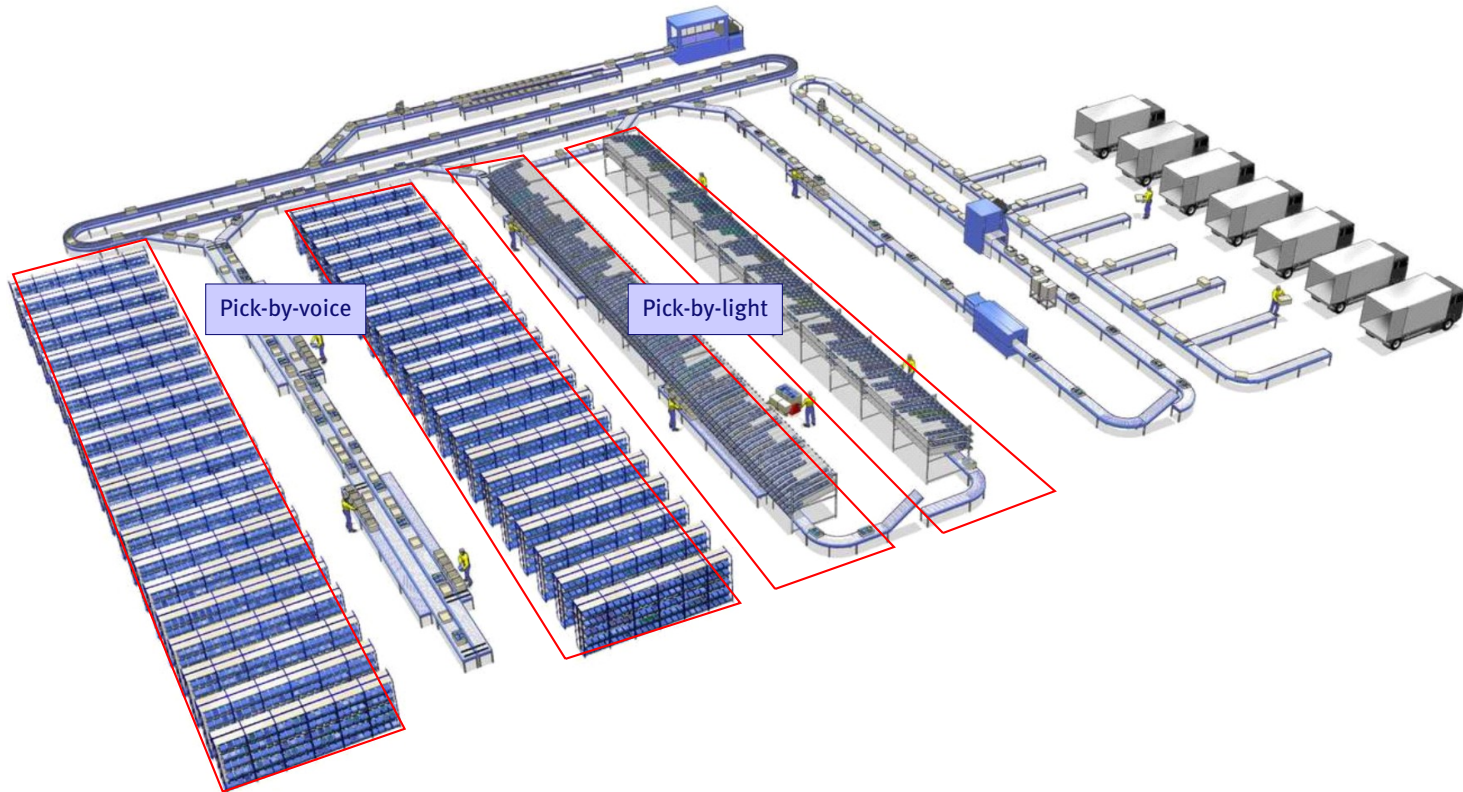
# Zone-picking systemen





# Zone-picking systemen

9/38

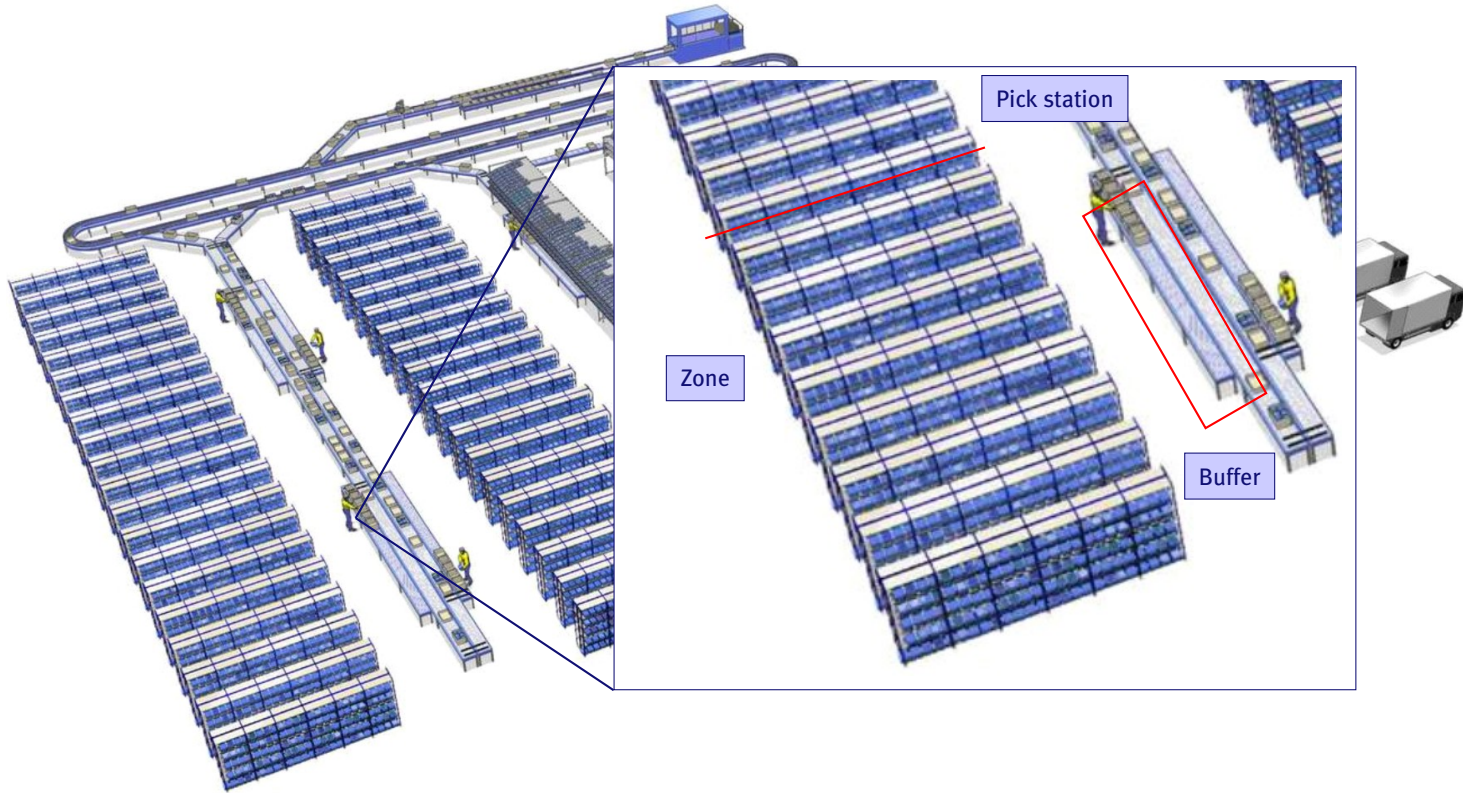


Pick-by-voice

Pick-by-light

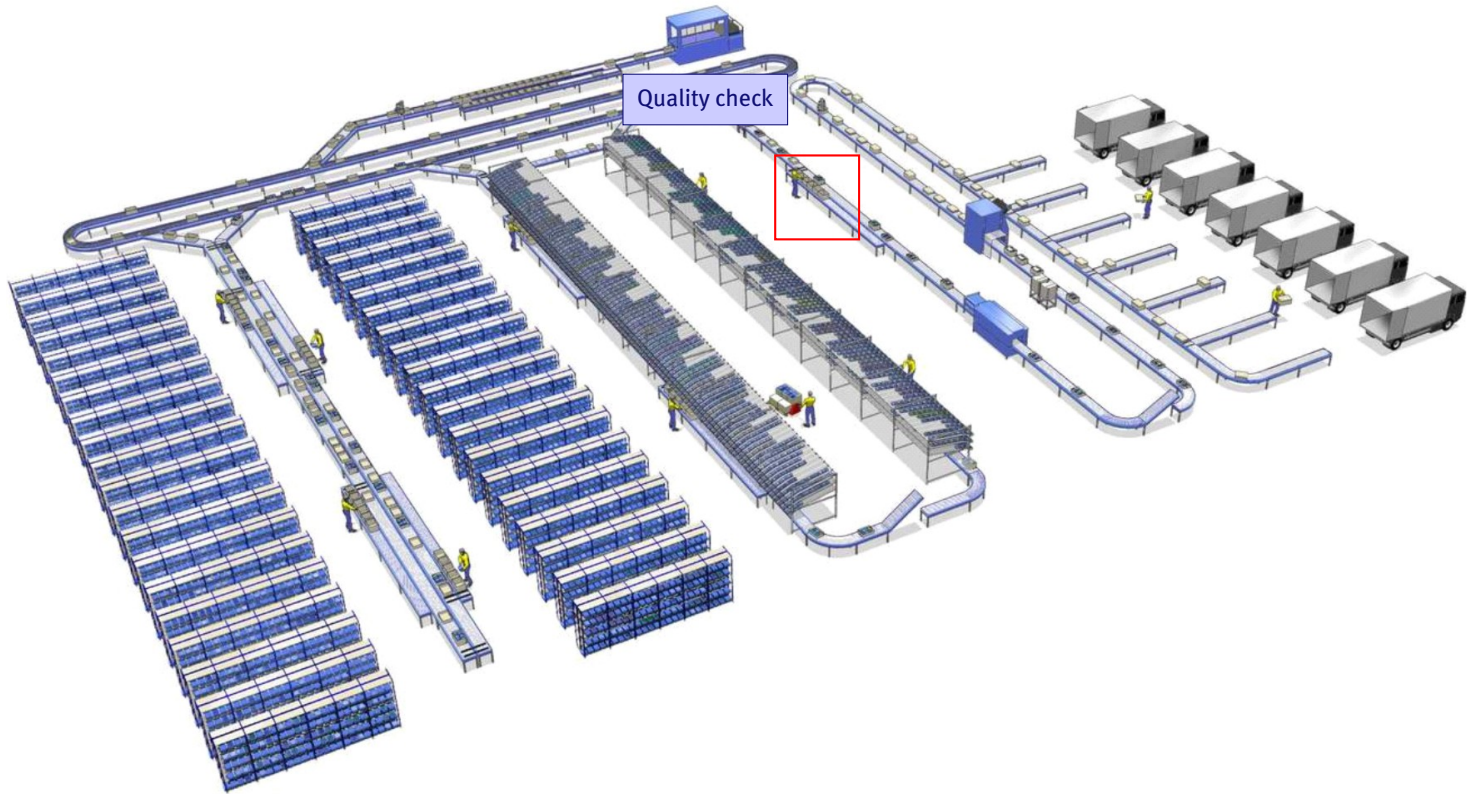
# Zone-picking systemen

10/38



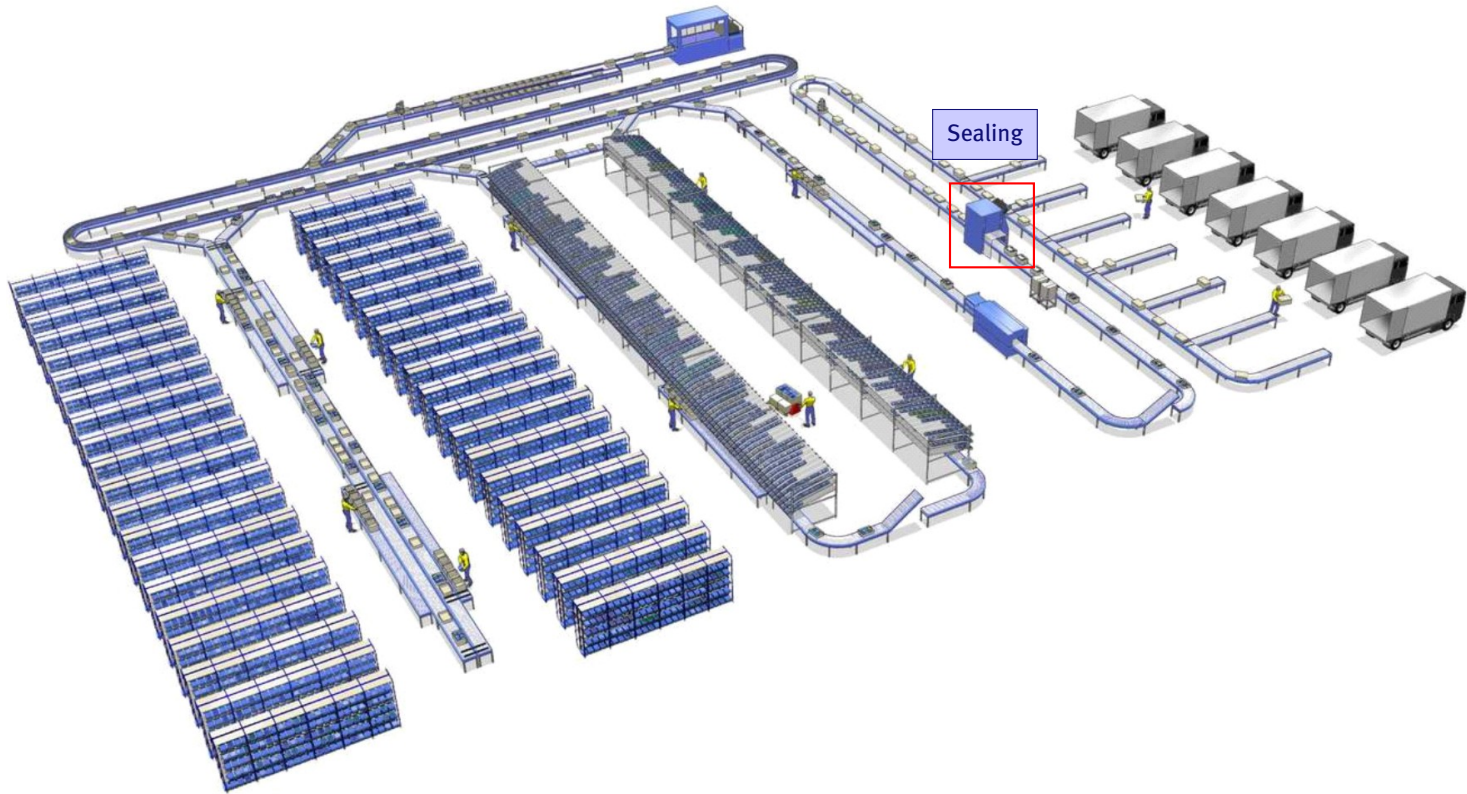
# Zone-picking systemen

11/38



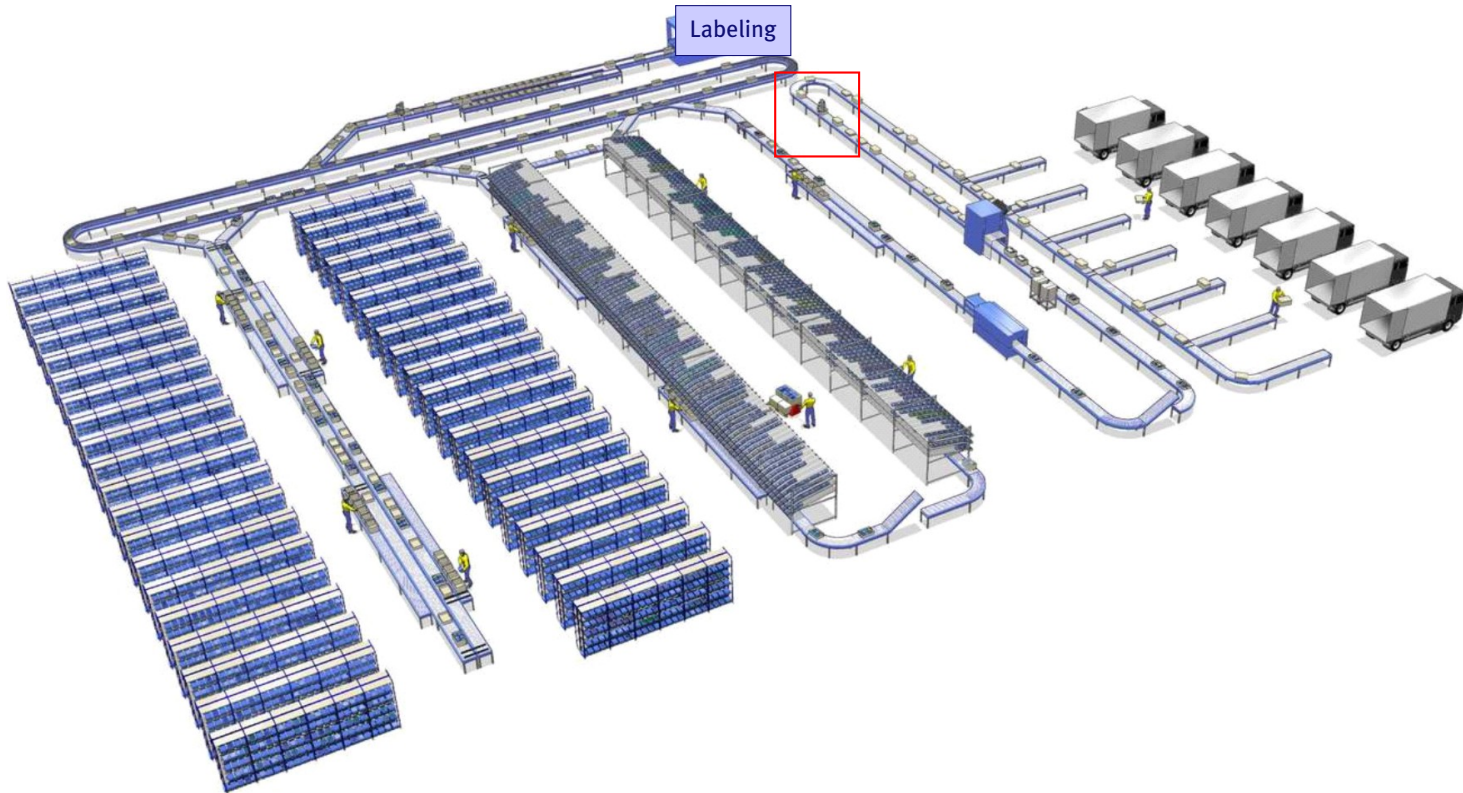
# Zone-picking systemen

12/38



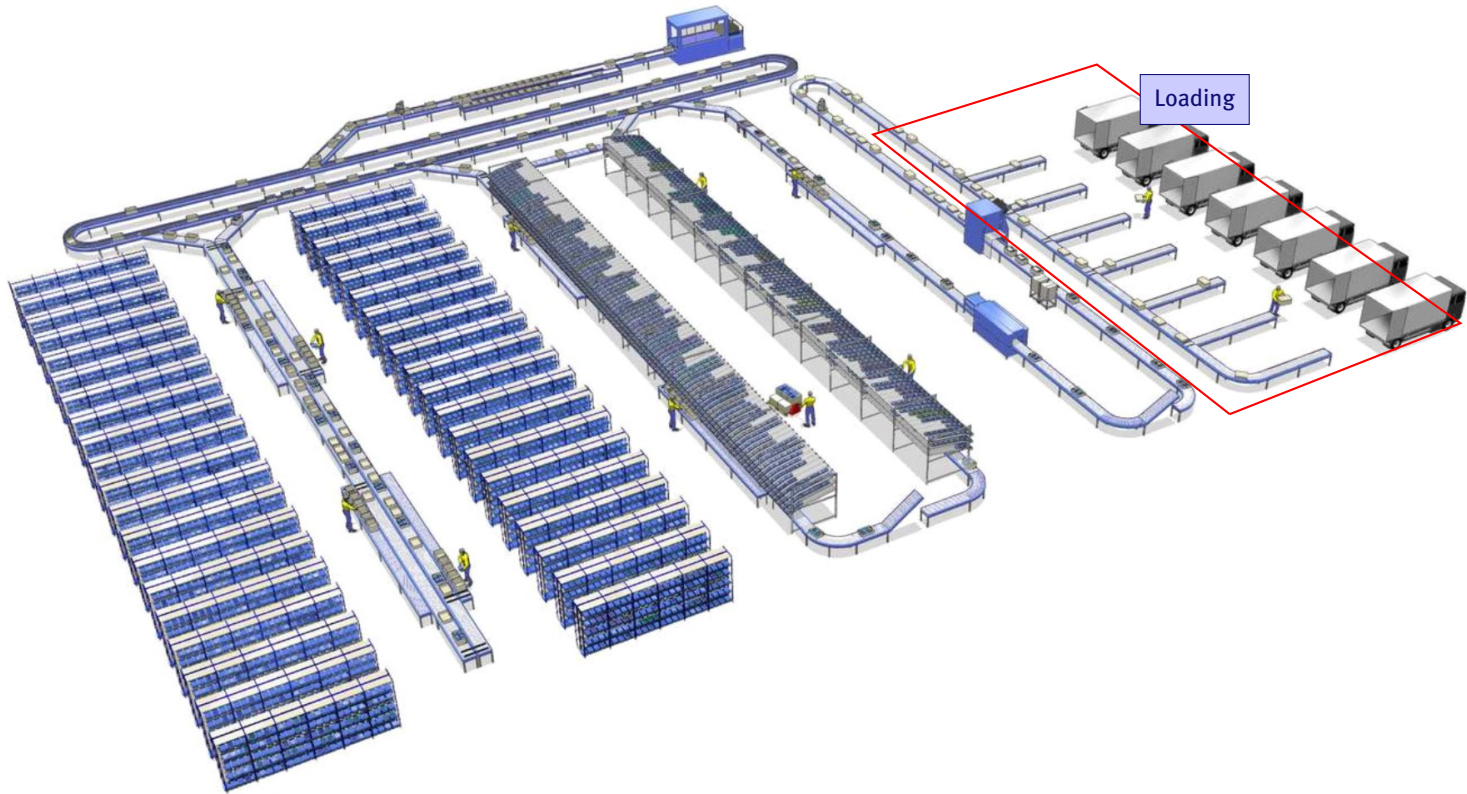
# Zone-picking systemen

13/38



# Zone-picking systemen

14/38



Nadeel:

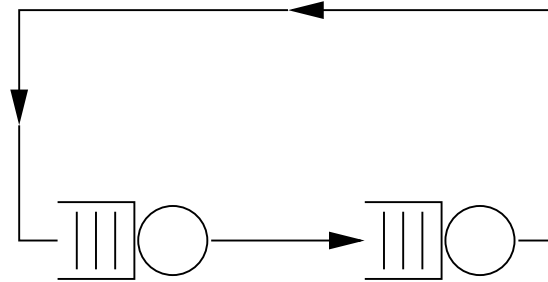
- **congestie** en **blokkering** in geval van zware belasting
- veel recirculatie en (dus)
- lange order doorlooptijden

Modellering:

- blokkering is een essentieel aspect!
- elementen (transport, zones) beschrijven als **netwerk van wachtrijen**

Methode voor analyse: **wachtrijtheorie**

Is dat wel nodig?

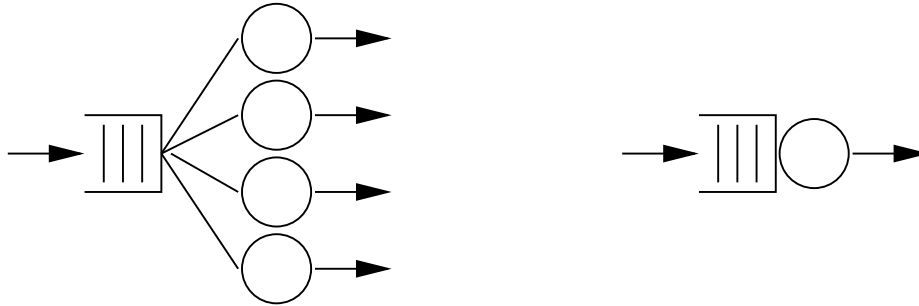


Pickers zijn even snel, 10 circulerende totes

**Vraag:** Vervang één picker door een die twee keer zo snel werkt. Wat is het effect op de orderdoorlooptijd? Verandert de doorzet? Bij welke picker zijn de totes?

**Vraag:** Verandert het antwoord als er meer totes zijn? En minder totes?





4 langzame pickers, of 1 snelle picker?

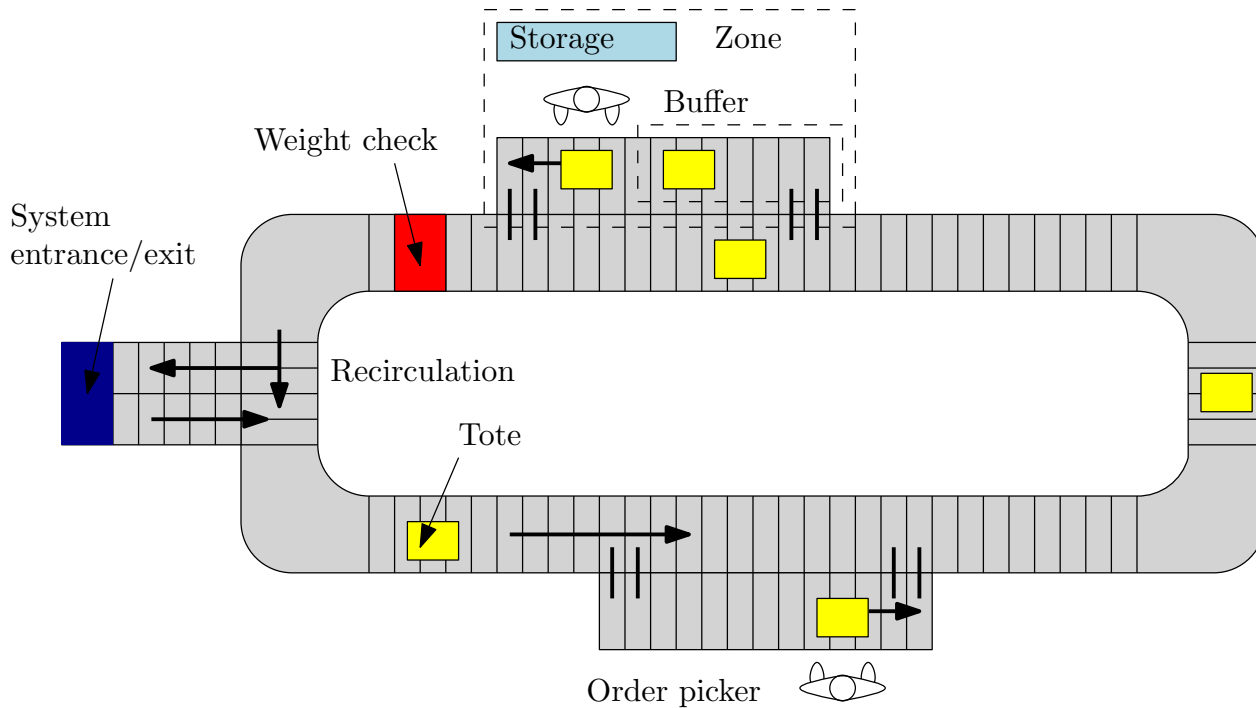
**Vraag:** Wat is beter, 4 pickers of 1 picker die 4 maal zo snel is?

**Vraag:** Wat zou je doen als de picktijden heel variabel zijn?

**Vraag:** Wat zou je doen als de belasting laag is?

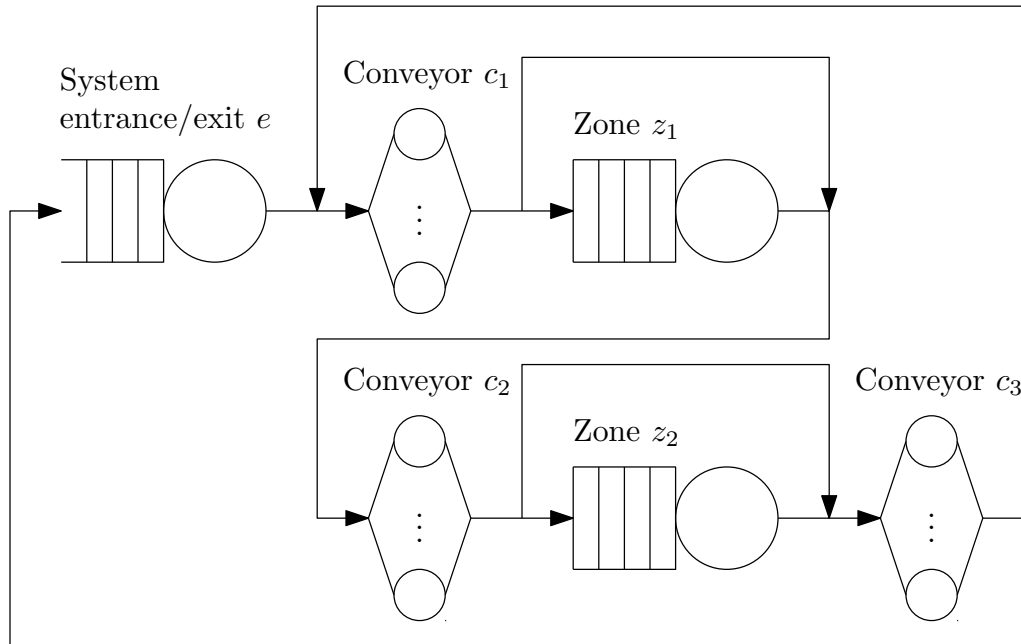
# Layout van single-segment

18/38



Notatie:

- $N$  is het aantal totes
- $M$  is het aantal zones
- $\mathcal{S}$  is de verzameling van nodes; er zijn drie types
  1. Entrance/exit,  $e$
  2. Zones,  $\mathcal{Z} = \{z_1, \dots, z_M\}$
  3. Conveyors,  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_{M+1}\}$
- Elke tote is van een klasse  $r \subseteq \mathcal{Z}$  van te bezoeken zones, bijvoorbeeld,  $r = \{z_2, z_3\}$



**Gesloten** wachtrij-netwerk met  $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, c_3\}$  en  $\mathcal{Z} = \{z_1, z_2\}$

## Aannames:

- **Entrance node** geeft een-voor-een nieuwe totes vrij van klasse  $r$  met kans  $\psi_r$  en exponentiele rate  $\mu_e$
- **Conveyor nodes** zijn delay nodes met een vast delay met rate  $\mu_i$ .
- **Zones** hebben:
  - $d_i (\geq 1)$  order pickers.
  - Exponentiele pick tijden met rate  $\mu_i$ .
  - Eindige buffers met capaciteit  $q_i$ .

- Verdeling van netwerk is **onoplosbaar** door block-and-recirculate: daarom benaderen!
- **Jump-over** blokkering: tote springt over volle zone en vervolgt alsof zone wel bezocht is...
- Jump-over netwerk heeft een **product-vorm** oplossing!
- Jump-over netwerk moet beter passen bij block-and-recirculate: passerende tote krijgt label **zone  $z_i$  niet bezocht** met kans  $b_{z_i}$  en anders label **zone  $z_i$  wel bezocht**, onafhankelijk van bezoek (of niet) aan zone  $z_i$
- $b_{z_i}$  is blokkeringskans in block-and-recirculate netwerk: Onbekend?

## Stelling:

Jump-over netwerk heeft een product-vorm stationary oplossing:

$$\pi(\bar{x}) = \frac{1}{G} \prod_{i \in \mathcal{S}} \left( \frac{V_i}{\mu_i} \right)^{\bar{x}_i} \prod_{i \in \mathcal{C}} \frac{1}{\bar{x}_i!} \prod_{i \in \mathcal{Z}} \frac{1}{\gamma_i(\bar{x}_i)}$$

waarin

- $\bar{x}_i$  het aantal totes in node  $i$
- $G$  is een normeringsconstante
- $V_i$  bezoekfrequentie aan node  $i$
- $\gamma_i$  de (rij-afhankelijke) service rate multiplier

## Gevolg:

Jump-over netwerk exact te evalueren met Mean Value Analysis (MVA)

Op grond van de **Aankomststelling** voor gesloten wachtrij-netwerk:

Blokkeringskans  $b_{z_i}$  voor zone  $z_i$  is gelijk aan:

$$b_{z_i} = \pi_{z_i} (d_{z_i} + q_{z_i} | N - 1),$$

waarin  $\pi_{z_i}(k|N)$  de kans is op  $k$  totes in zone  $z_i$  in netwerk met  $N$  totes

**Opmerking:**

Kansen  $\pi_{z_i}(k|N)$  kunnen recursief (over  $N$ ) worden berekend met MVA



## Iteratief algoritme met MVA

- **Stap 0:**  
Initieer  $b_{z_i}^{(0)} = 0$  en  $j = 0$
- **Stap 1:**  
Bereken met behulp van MVA:
  1. Gemiddelde doorlooptijden en doorzet
  2. Verdeling aantal totes per node
- **Stap 2:**  
 $j = j + 1$  en schat nieuwe blokkeringskansen  
 $b_{z_i}^{(j)} = \pi_{z_i} (d_{z_i} + q_{z_i} | N - 1)$
- **Stap 3:**  
Keer terug naar Stap 1 totdat  $\left| b_{z_i}^{(j)} - b_{z_i}^{(j-1)} \right| < \epsilon$

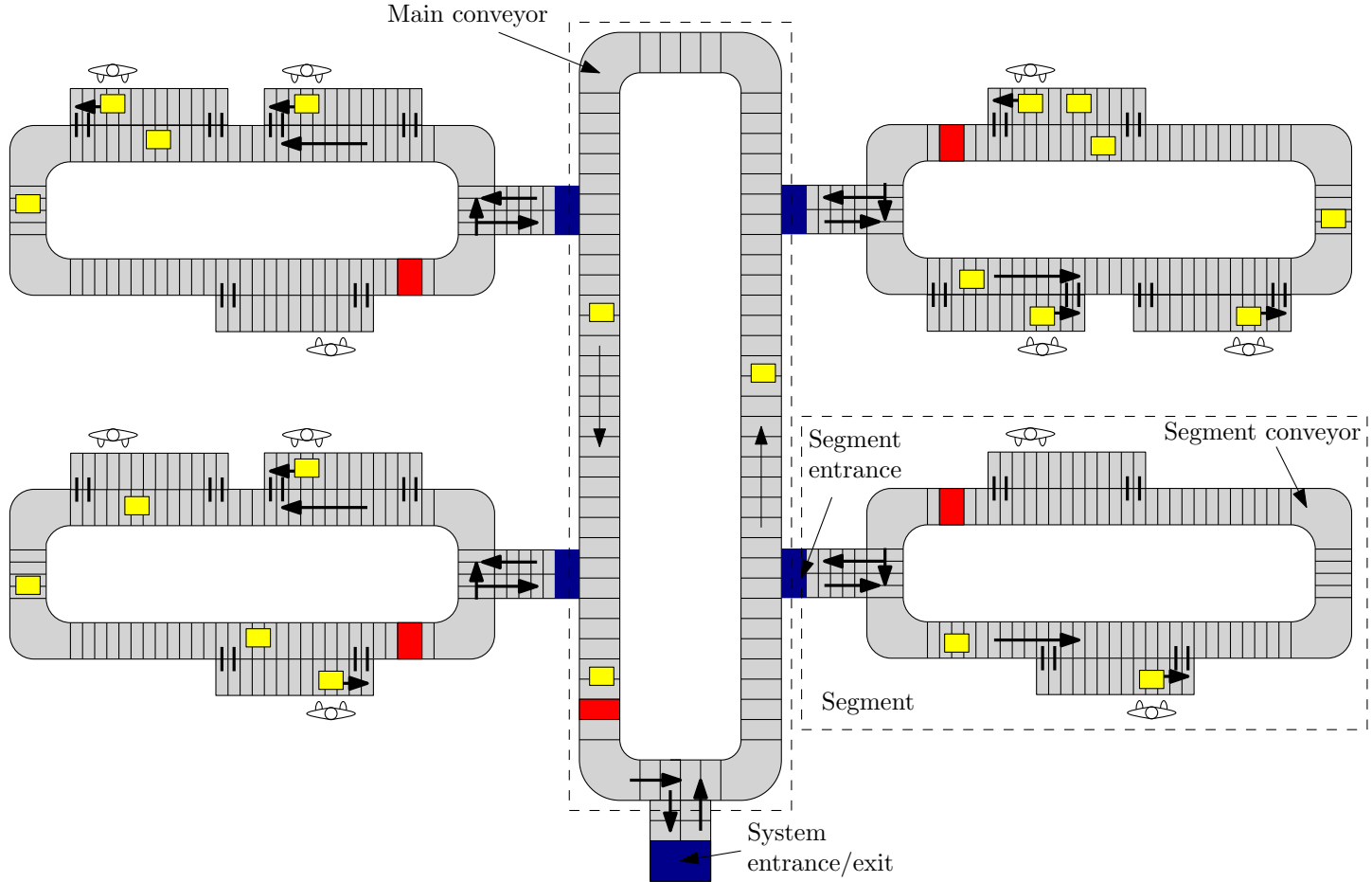
## Parameters single-segment test set (9600 cases)

Name	Parameter
Aantal zones	1,2,3,4,5,6,7,8
Aantal totes	10,20,30,40,50,60,70,80
Conveyor snelheid	20,30,40,50,60
Gem pick tijd zones	10,15,20,25,30
Buffergrootte zones	0,1
Aantal order pickers	1,2,3

Zones	Fout (%) in systeem doorzet				Fout (%) in circulaties			
	Gem	0 – 1	1 – 5	> 5	Gem	0 – 1	1 – 5	> 5
1	0.08	100.0	0.0	0.0	0.08	100.0	0.0	0.0
2	0.67	70.0	29.8	0.2	0.78	69.0	29.8	1.3
3	0.78	68.2	31.7	0.2	0.94	67.2	30.3	2.5
4	0.73	71.9	27.8	0.3	0.90	71.3	25.9	2.8
5	0.64	76.6	23.3	0.2	0.80	75.0	22.4	2.6
6	0.54	80.4	19.5	0.1	0.68	78.6	18.9	2.5
7	0.45	83.8	16.2	0.0	0.57	82.4	15.8	1.8
8	0.38	86.7	13.3	0.0	0.48	85.2	13.5	1.3

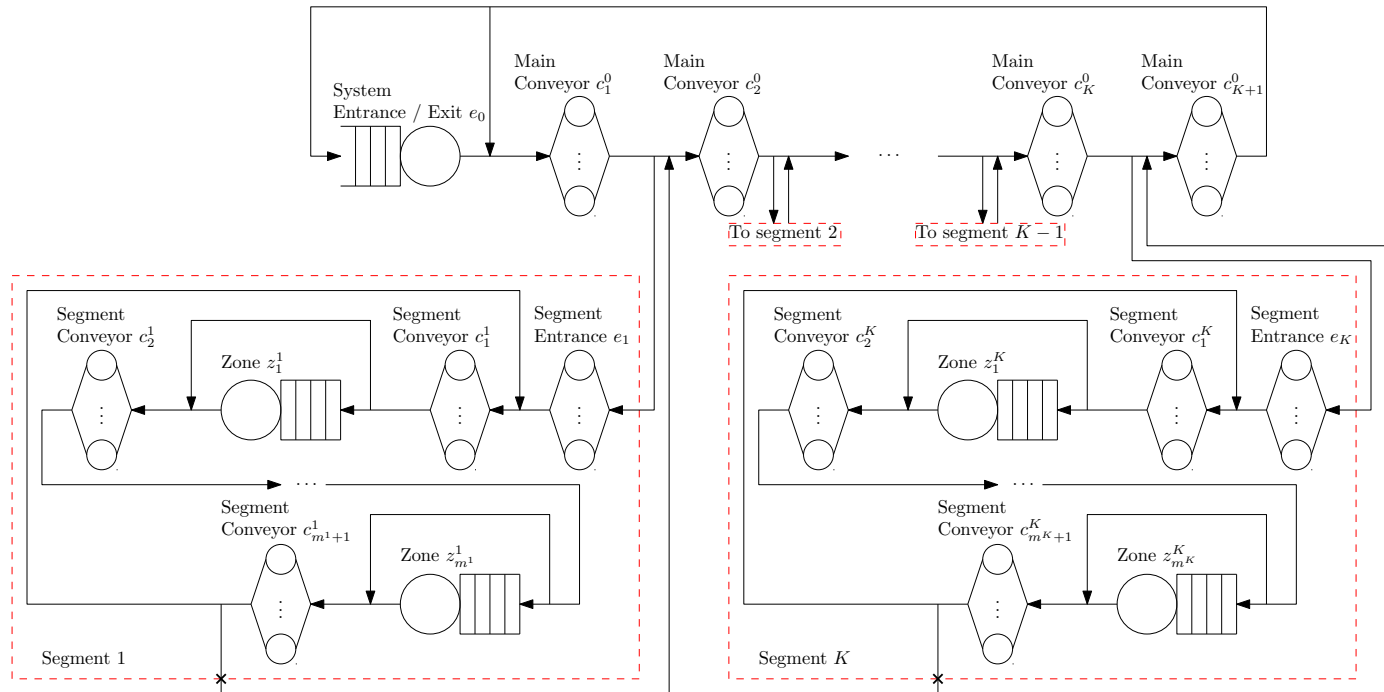
# Layout van multi-segment

28/38



Notatie:

- $K$  is het aantal segmenten
- $N$  is het aantal totes
- $N^k$  is het maximum aantal totes in segment  $k$
- $M$  is het aantal zones
- $\mathcal{S}$  is de verzameling van nodes; er zijn drie types
  1. Entrance/exit nodes,  $\mathcal{E} = \{e_0, e_1, \dots, e_K\}$
  2. Zones,  $\mathcal{Z} = \cup_{k=1}^K \mathcal{Z}^k$ ,  $\mathcal{Z}^k = \{z_1^k, \dots, z_{m^k}^k\}$
  3. Conveyors,  $\mathcal{C} = \cup_{k=0}^K \mathcal{C}^k$ ,  
 $\mathcal{C}^0 = \{c_1^0, \dots, c_{K+1}^0\}$  and  $\mathcal{C}^k = \{c_1^k, \dots, c_{m^k+1}^k\}$
- Elke tote is van een klasse  $r \subseteq \mathcal{Z}$  van te bezoeken zones, bijvoorbeeld,  $r = \{z_2^1, z_3^2\}$



Corresponderend gesloten wachrij-netwerk

- Blokkering op twee niveau's:
  1. als buffer van zone vol is
  2. als segment vol is
- Jump-over netwerk:

passerende toet krijgt label **segment  $k$  niet bezocht** met kans  $B_k$  en anders label **segment  $k$  wel bezocht**, onafhankelijk van bezoek (of niet) aan segment  $k$
- $B_k$  is blokkeringskans van segment  $k$  in block-and-recirculate netwerk:  
Onbekend?

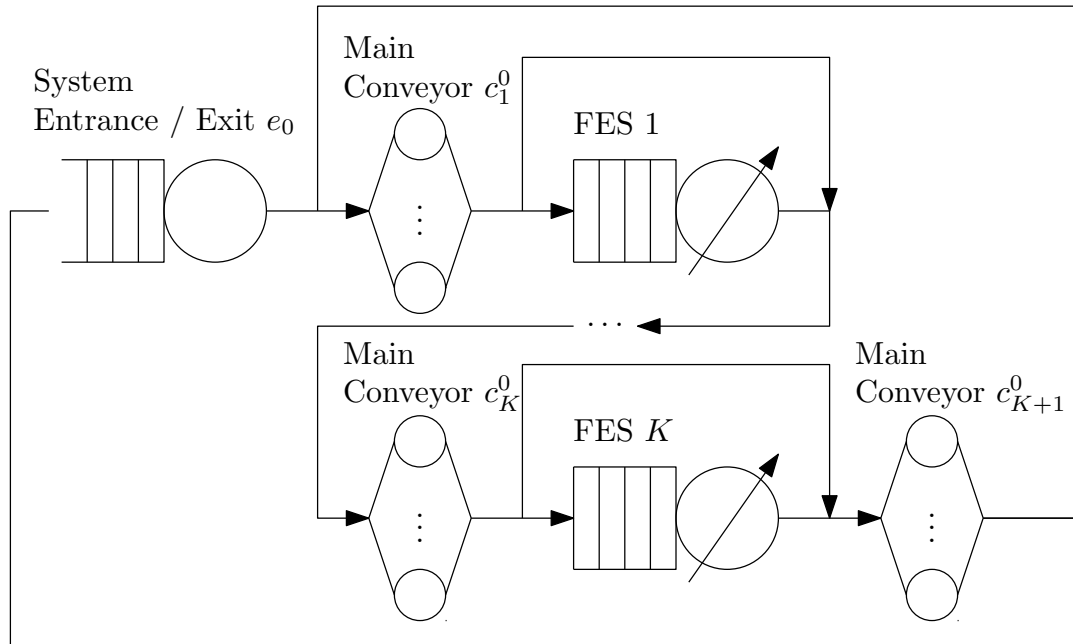
## Aggregatie:

Vervang segmenten door **flow equivalent servers**, met rates

$$\mu_{FES_k}(n) = X^k(n), \quad n = 1, \dots, N^k, \quad k = 1, \dots, K.$$

waarin  $X^k(n)$  doorzet is van segment  $k$  in isolatie





Segmenten vervangen door flow equivalent servers

- **Stelling van Norton:**  
Aggregaat network heeft zelfde performance als jump-over network
- Analyse van aggregaat network zelfde als dat van single-segment network!
- **Aankomststelling:**  
Blokkeringskans  $B_k$  voor segment  $k$  is gelijk aan:

$$B_k = \Pi_k(N^k | N - 1),$$

waarin  $\Pi_k(n | N)$  de kans is op  $n$  totes in segment  $k$  in network met  $N$  totes

## Iteratief algoritme met MVA

- Stap 0:

Initieer  $b_{z_i}^{(0)} = B_k^{(0)} = 0$  en  $j = 0$

- Stap 1:

Bereken voor aggregaat netwerk en elk segment met behulp van MVA:

1. Gemiddelde doorlooptijden en doorzet
2. Verdeling aantal totes per node

- Stap 2:

$j = j + 1$  en schat nieuwe blokkeringskansen

$$b_{z_i}^{(j)} = \pi_{z_i}^{z_i} \left( d_{z_i}^{z_i} + q_{z_i}^{z_i} |N - 1, N^k - 1 \right), \quad B_k^{(j)} = \Pi_k(N^k | N - 1)$$

- Stap 3:

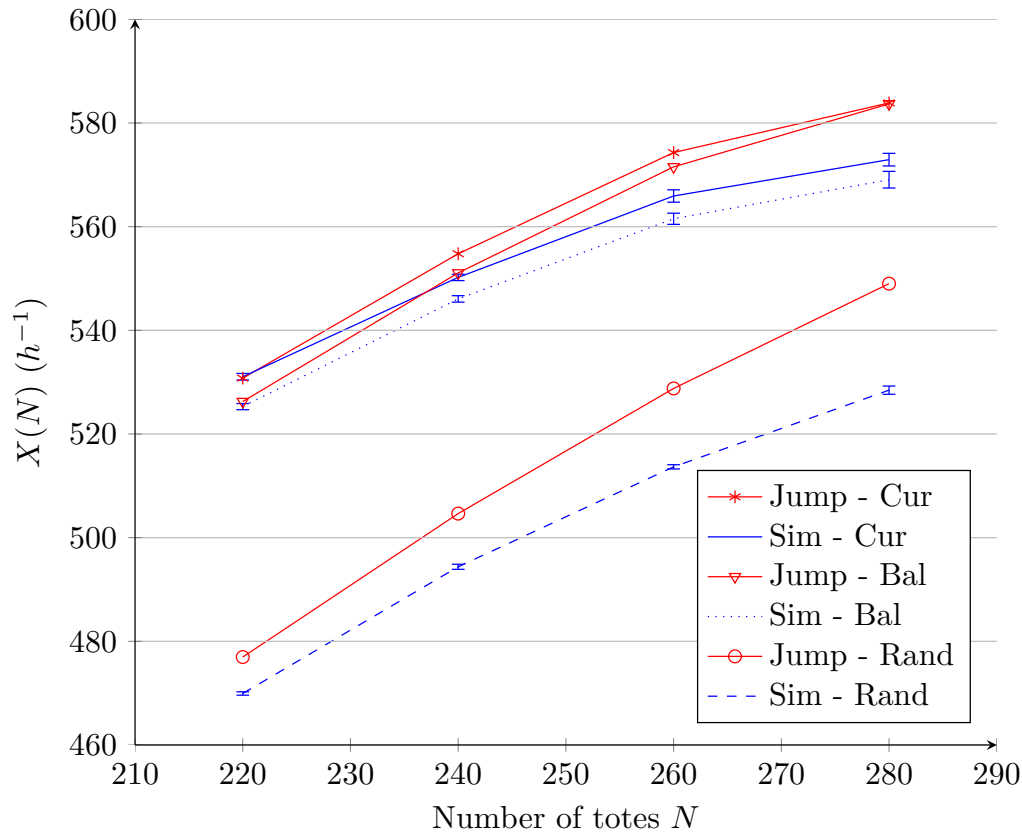
Keer terug naar Stap 1 totdat  $\left| b_{z_i}^{(j)} - b_{z_i}^{(j-1)} \right| < \epsilon$  en  $\left| B_k^{(j)} - B_k^{(j-1)} \right| < \epsilon$

Voorbeeld met data van distributiecentrum:

- 4 segmenten
- 3 pick-by-light segmenten met elk  $2 \times 4$  zones
- 1 pallet pick met 3 zones
- Totaal:
  1. 24 pick-by-light zones
  2. 3 pallet pick zones

Bekijk 3 verschillende opslagstrategieën:

1. Minimaliseer aantal te bezoeken segmenten voor willekeurige tote
2. Balanceer werklust over de segmenten
3. Random opslag



- Multi-segment zone picking systeem kan worden beschreven door een gesloten multi-class wachtrij-netwerk met **block-and-recirculate**
- Netwerk kan worden benaderd met **jump-over** netwerk
- Performance kan efficiënt en nauwkeurig worden geschat met **MVA**